On s'intéresse dans ce travail à l'homogénéisation de matériaux aléatoires présentant des hétérogénéités à une petite échelle, modélisés par une équation aux dérivées partielles elliptique linéaire. Comme dans le cas périodique, la matrice homogénéisée, déterministe, est définie à partir du correcteur, solution d'une équation aux dérivées partielles. Cependant, dans le cas stochastique, cette équation est posée dans l'espace entier, et non pas sur un domaine borné comme dans le cas périodique. Par conséquent, dans le cas stochastique, le calcul d'une approximation numérique du correcteur (et donc de la matrice homogénéisée) est très coûteux.

En pratique, le problème du correcteur est résolu sur un domaine tronqué, et la matrice homogénéisée exacte n'est obtenue que dans la limite d'un domaine infiniment grand. A cause de la troncature, l'approximation calculée de la matrice homogénéisée est aléatoire. Par conséquent, il est nécessaire d'utiliser une méthode de Monte-Carlo, pour calculer plusieurs réalisations indépendantes de la matrice homogénéisée approchée et en déduire son espérance avec une bonne précision.

Nous montrerons comment utiliser la méthode classique des variables antithétiques pour obtenir une approximation de la matrice homogénéisée avec une variance plus petite. Ceci permet ainsi de calculer plus précisément (i.e. avec un intervalle de confiance plus petit) une approximation de la matrice homogénéisée, à coût calcul identique. L'analyse théorique sera illustrée par des résultats numériques.

Dans une seconde partie, on abordera le cas où le problème n'est que faiblement stochastique, et on montrera qu'il est possible de construire des approches numériques dédiées, qui sont bien plus économes que l'approche standard.